

УДК 519.658

ХАУСДОРФОВЫ МЕТОДЫ ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ ВЫПУКЛОЙ ОБОЛОЧКИ ЭДЖВОРТА–ПАРЕТО В ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ ЗАДАЧАХ С МОНОТОННЫМИ КРИТЕРИЯМИ¹⁾

© 2016 г. А. И. Поспелов

(127994 Москва, пер. Большой Каретный, 19/1, ИППИ РАН;

109028 Москва, бул. Покровский, 3/1Б, DATADVANCE)

e-mail: alexis.pospelov@datadvance.net

Поступила в редакцию 15.05.2015 г.

Переработанный вариант 17.12.2015 г.

Предлагаются и изучаются адаптивные методы полиэдральной аппроксимации оболочки Эджворта–Парето выпуклой оболочки для задач многокритериальной монотонной целочисленной оптимизации. Для предложенных методов получены теоретические оценки скорости сходимости по числу вершин. Полученные оценки скорости сходимости по порядку совпадают с оценками для H -методов наполнения и восполнения при аппроксимации негладких выпуклых компактных тел. Библ. 21. Фиг. 4.

Ключевые слова: адаптивные методы, полиэдральная аппроксимация, скорость сходимости, многокритериальная оптимизация, граница Парето, целочисленная оптимизация.

DOI: 10.7868/S0044466916080147

1. ВВЕДЕНИЕ

При проектировании сложных современных систем важную роль играют методы многокритериальной оптимизации, позволяющие учесть противоречивые требования, предъявляемые к проекту. Обычно задачу многокритериальной оптимизации записывают в виде

$$f(x) \rightarrow \min, \quad x \in X, \quad (1)$$

где множество $X \subset \mathbb{R}^n$ описывает возможные решения (планы, проекты или стратегии) в рассматриваемой задаче, а векторнозначная функция $f(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ характеризует эффективность решений с разных точек зрения. В задачах многокритериальной оптимизации существуют, вообще говоря, различные подходы к определению оптимальности. В данной статье мы под оптимальностью будем понимать оптимальность по Парето. Приведем математическую формулировку оптимальности по Парето.

Пусть x' и x'' – некоторые решения из \mathbb{R}^n . Говорят, что решение x' доминирует x'' по Парето с точки зрения набора частных критериев $f(\cdot) = (f_1(\cdot), f_2(\cdot), \dots, f_m(\cdot))$, если $f_i(x') \leq f_i(x'')$, $i = 1, 2, \dots, m$, и $f(x') \neq f(x'')$.

Критериальная точка $f(x')$ называется *оптимальной по Парето* в задаче (1), а соответствующее ей решение $x' \in X$ – *эффективным по Парето*, если не существует решения $x'' \in X$, доминирующего x' по Парето. Множество всех оптимальных по Парето критериальных точек $\Pi(f(X))$ называется *границей Парето*.

В данной статье рассматриваются вопросы поиска и аппроксимации границы Парето для следующего специального класса целочисленных многокритериальных задач:

$$\begin{aligned} f(x) \rightarrow \min, \\ x \in X = \{x \in X_0 | w_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, k\}, \end{aligned} \quad (2)$$

¹⁾Работа выполнена в ИППИ РАН при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-50-00150).